

Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан

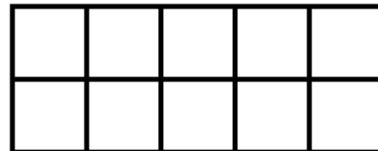
5 класс, финальный тур. 28 января 2023 года

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл — 42

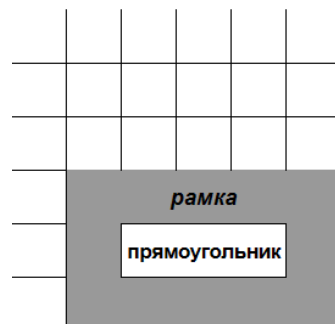
Предварительные результаты будут опубликованы 10 февраля. Заявления на апелляцию принимаются до 22.00 14 февраля. Подробности на сайте kazan-math.com. Условия задач можно забрать с собой.

1. Расставьте числа от 0 до 9 так в прямоугольнике 2×5 на рисунке так, чтобы все пятизначные числа, читаемые в строках слева направо, и все двузначные числа, читаемые в столбцах сверху вниз, делились на 2 или на 3. Достаточно привести один пример расстановки.



2. В стихотворении после каждой гласной буквы идёт ровно три согласные. Согласных, после которых следующая буква — гласная, на 140 меньше, чем согласных, после которых следующая буква — согласная. Сколько всего может быть букв в этом стихотворении, если известно, что седьмая буква — гласная? Укажите все возможные варианты и объясните, почему других нет.
3. Существуют ли три клетчатых прямоугольника такие, что из любых двух можно сложить прямоугольник, а из всех трёх — нельзя? Накладывать прямоугольники друг на друга нельзя. Обоснуйте свой ответ.
4. В магазине продаются гантели четырёх цветов. Гантели одного цвета весят одинаково, но наклейки, на которых были написаны веса гантель, потерялись. Аким может поднять: 1) три красные гантели, 2) одну синюю и две жёлтые. При этом он не может поднять 3) одну синюю и две красные, 4) четыре жёлтые, 5) одну синюю и одну зелёную. Могут ли веса гантель быть равны 16, 14, 10 и 7 килограммов в каком-то порядке? Обоснуйте свой ответ.
5. Можно ли расставить цифры сегодняшней даты (28.01.2023) в какие-то восемь клеток таблицы 3×3 , а в оставшуюся клетку поставить любую цифру от 0 до 9 так, чтобы сумма цифр во всех столбцах и во всех строках была одинаковой? Обоснуйте свой ответ.

6. Программист Айрат рисует QR-коды. Для этого он берет белое поле 15×15 и закрашивает его клетки по следующему правилу: он выбирает какой-нибудь прямоугольник из клеток (возможно, уже частично закрашенный) и закрашивает рамку толщиной в одну клетку вокруг него со всех четырех его сторон при условии, что в рамке все клетки до этого были белыми. Может ли в какой-то момент оказаться, что белых клеток на доске ровно вдвое больше, чем чёрных? Обоснуйте свой ответ.



Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан

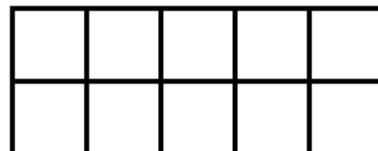
5 класс, финальный тур. 28 января 2023 года

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл — 42

Предварительные результаты будут опубликованы 10 февраля. Заявления на апелляцию принимаются до 22.00 14 февраля. Подробности на сайте kazan-math.com. Условия задач можно забрать с собой.

1. Расставьте числа от 0 до 9 так в прямоугольнике 2×5 на рисунке так, чтобы все пятизначные числа, читаемые в строках слева направо, и все двузначные числа, читаемые в столбцах сверху вниз, делились на 2 или на 3.



Достаточно привести один пример расстановки.

2. В стихотворении после каждой гласной буквы идёт ровно три согласные. Согласных, после которых следующая буква — гласная, на 140 меньше, чем согласных, после которых следующая буква — согласная. Сколько всего может быть букв в этом стихотворении, если известно, что седьмая буква — гласная? Укажите все возможные варианты и объясните, почему других нет.
3. Существуют ли три клетчатых прямоугольника такие, что из любых двух можно сложить прямоугольник, а из всех трёх — нельзя? Накладывать прямоугольники друг на друга нельзя. Обоснуйте свой ответ.
4. В магазине продаются гантели четырёх цветов. Гантели одного цвета весят одинаково, но наклейки, на которых были написаны веса гантель, потерялись. Аким может поднять: 1) три красные гантели, 2) одну синюю и две жёлтые. При этом он не может поднять 3) одну синюю и две красные, 4) четыре жёлтые, 5) одну синюю и одну зелёную. Могут ли веса гантель быть равны 16, 14, 10 и 7 килограммов в каком-то порядке? Обоснуйте свой ответ.
5. Можно ли расставить цифры сегодняшней даты (28.01.2023) в какие-то восемь клеток таблицы 3×3 , а в оставшуюся клетку поставить любую цифру от 0 до 9 так, чтобы сумма цифр во всех столбцах и во всех строках была одинаковой? Обоснуйте свой ответ.

6. Программист Айрат рисует QR-коды. Для этого он берет белое поле 15×15 и закрашивает его клетки по следующему правилу: он выбирает какой-нибудь прямоугольник из клеток (возможно, уже частично закрашенный) и закрашивает рамку толщиной в одну клетку вокруг него со всех четырех его сторон при условии, что в рамке все клетки до этого были белыми. Может ли в какой-то момент оказаться, что белых клеток на доске ровно вдвое больше, чем чёрных? Обоснуйте свой ответ.

