

# Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан

## 4 класс, финальный тур. 12 февраля 2022 года. Решения задач

1. На столе лежит по одной зелёной карточке с цифрами «1», «2», «3», по одной красной карточке с цифрами «4», «5», «6», по одной синей карточке с цифрами «7», «8», «9». Поставьте какие-то из карточек на места так, чтобы равенство получилось верным. В места для карточек можно вставлять только карточки того цвета, который подписан снизу. Достаточно привести один пример.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \text{З} & \text{С} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \text{З} & \text{С} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \text{К} & \text{К} \\ \hline \end{array}$$

**Решение:** Один из многих примеров:  $17 + 29 = 46$ .

2. Аня покупает книги только с названиями на буквы «А», «Н» и «Я». Оказалось, что книги на буквы «А», «Н» занимают две полки, но остаётся место для ещё восьми книг. Книги на буквы «А» и «Я» занимают полностью одну полку, и ещё остаются пять книг. Сколько книг может влезть на одну полку, если всего книг на букву «Н» на три больше, чем книг на букву «Я»? Все полки одинакового размера. Все книги одинакового размера. Обоснуйте свой ответ.

**Ответ:** 16.

**Решение:** Если положить книги на буквы «А» и «Я» на полки, то заполнив первую полку, остаётся ещё пять книг. Тогда если убрать все книги на букву «Я» и добавить все книги на букву «Н», то количество книг, не вошедших на первую полку, станет равным восьми, поскольку книг на букву «Н» на три больше, чем книг на букву «Я». По условию задачи, этих восьми книг не хватит, чтобы заполнить вторую полку: останется ещё восемь мест. Значит, на полке помещается  $8 + 8 = 16$  книг.

3. Четыре друга — Костя, Никита, Олег и Женя — пришли на олимпиаду и сели за разноцветные парты. Оказалось, что стулья у друзей тоже разных цветов, и стул каждого мальчика такой же по цвету, как и парта кого-то из его друзей. Стул Жени — зелёный, как и парта Олега, но только у них двоих нет ничего красного. Синий стул занял Костя, а Женя сел не за жёлтую парту. Какие цвета парт и стульев у каждого из друзей? Обоснуйте свой ответ.

**Ответ:** У Кости синий стул и красная парта. У Никиты красный стул и жёлтая парта. У Олега жёлтый стул и зелёная парта. У Жени зелёный стул и синяя парта.

**Решение:** Поскольку только у Жени и Олега нет ничего красного, а у Кости стул синий, то у Кости красной будет парта, а красный стул будет у Никиты. Парта у Жени должна быть синей, так как она не жёлтая, а красная и зелёная парты уже заняты. Так как красные, зелёные и синие объекты уже заняты, Олегу остаётся жёлтый стул, а Никите — жёлтая парта.

4. Разрежьте квадрат  $6 \times 6$ , приведённый на рисунке, на девять фигурок одинаковой площади так, чтобы сумма чисел в каждой фигурке была одинаковой. Достаточно привести один пример.

3	3	2	1	4	4
3	3	2	1	3	3
3	4	4	1	2	3
1	4	4	1	2	2
1	1	4	1	1	4
1	1	4	1	4	4

**Решение:** Пример разрезания приведен на рисунке.

5. В шкафу висят рубашки и пиджаки, причем рубашки и пиджаки чередуются. На каждой рубашке — 5 или 6 пуговиц, а на каждом пиджаке — 2 или 3 пуговицы. Пиджаков всего три, на самой левой вещи пуговиц в два раза больше, чем на самой правой, а между красным и зелёным пиджаками всего 12 пуговиц. Сколько всего пуговиц на рубашках? *Обоснуйте свой ответ.*

3	3	2	1	4	4
3	3	2	1	3	3
3	4	4	1	2	3
1	4	4	1	2	2
1	1	4	1	1	4
1	1	4	1	4	4

**Ответ:** 16.

**Решение:** На самой левой вещи пуговиц в два раза больше, чем на самой правой, значит, самой левой вещью будет рубашка с шестью пуговицами, а самой правой — пиджак с тремя пуговицами, потому что других подходящих пар чисел среди 2, 3, 5, 6 нет. Тогда из условия, что пиджаков — три, следует, что и рубашек всего три. Между красным и зелёным пиджаками не может быть только одна рубашка, иначе пуговиц было бы 5 или 6, следовательно, между ними — один пиджак и две рубашки. С одной стороны, на этих двух рубашках может быть  $5 + 5$ ,  $5 + 6$  или  $6 + 6$  пуговиц, а с другой стороны, 11 или 12 пуговиц на них быть не может, иначе пуговиц между красным и зелёным пиджаками будет больше 12. Значит на самой левой рубашке — 6 пуговиц, а на двух других рубашках — по 5. Таким образом, всего имеем  $5 + 5 + 6 = 16$  пуговиц на рубашках.

6. Задача теста окрашивается в зелёный цвет, если она решена верно, и в красный, если решена неверно. За каждую красную задачу ученик ничего не получает. За первую зелёную задачу ученик получает 1 балл. До первой ошибки каждая зелёная задача стоит на 2 балла больше, чем предыдущая зелёная; после первой ошибки, но до второй ошибки — на 1 балл больше, а после второй ошибки — столько же, сколько и предыдущая зелёная задача. Тест заканчивается, как только допущено три ошибки. Сразу же после окончания теста Игнат заметил, что за последние три зелёные задачи он получил в сумме ровно 50 баллов. Сколько задач он решил верно, если известно, что до первой ошибки зелёных задач было две? *Обоснуйте свой ответ.*

**Ответ:** 17.

**Решение:** Обозначим красные задачи за  $A, B, C$ , а последние три зелёные обозначим за  $I, II$  и  $III$ . Заметим, что задачи  $I, II, III$  не могли идти подряд без ошибок, иначе бы количество баллов за них делилось на 3. Задача  $C$  была последней в тесте, а перед задачей  $A$  шли две задачи, за которые Игнат получил 1 и 3 балла. Отсюда следует, что за следующие зелёные задачи Игнат мог получить не больше 4 и не больше 5 баллов. Значит, если бы задача  $A$  шла между задачами  $I, II, III$ , то за них Игнат получил бы не более 12 баллов. Поэтому между задачами  $I, II, III$  шла только задача  $B$ . Если задача  $B$  шла между  $I$  и  $II$ , то  $I, II$  и  $III$  стоили одинаково, но 50 не делится на 3. Если задача  $B$  шла между  $II$  и  $III$ , то  $II$  и  $III$  стояли на 1 балл больше, чем  $I$ . Тогда  $I + I + 1 + I + 1 = 50$ ,  $3 \cdot I = 48$ ,  $I = 16$  баллов. Поскольку все зелёные задачи после  $A$  и до  $I$  стоили на 1 балл больше, чем предыдущая зелёная, а первая из них стоила 4 балла, то между  $A$  и  $I$  всего  $16 - 3 = 13$  задач. С учётом первых двух зелёных задач, а также задач  $II$  и  $III$ , получаем  $13 + 4 = 17$  зелёных задач.